МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ДГТУ)

Кафедра «Физика»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ФИЗИКЕ

направление 25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей
профиль 25.03.01 Инженерно-техническое обеспечение полетов летательных аппаратов

2 семестр (весенний)

Ростов-на-Дону
2024

Введение

Контрольная работа (КР) по физике для студентов первого курса заочной формы обучения – это обязательный вид самостоятельной работы, предполагающий решение **шести многоэтапных физических задач**, проведение расчетов и построение графиков зависимостей физических величин. Задания контрольной работы содержат все разделы физики, изучаемые в данном семестре.

Каждое из шести заданий начинается с краткой теории, содержащей все определения, формулы и законы по теме, и необходимые для решения задачи.

Далее идет формулировка задачи, перечень заданий, которые необходимо выполнить, и таблица с вариантами заданий. В каждом из шести заданий разработано 30 вариантов заданий, что обеспечивает возможность выполнения каждым студентом индивидуальной работы. **Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списке группы (см. электронный журнал).**

В каждом из шести заданий приведен пример его выполнения.

Правила оформления контрольной работы

1. КР выполняется в тетради в клетку.
2. К обложке тетради приклеивается титульный лист установленного образца с заполненными данными студента (см. Приложение 1).
3. КР выполняется от руки разборчивым почерком и не должна содержать исправлений.
4. Рисунки выполняются только с использованием простого карандаша, линейки, циркуля.
5. Графики строятся только с использованием простого карандаша и линейки на миллиметровой бумаге. Площадь поля каждого графика должна быть не менее 10 см×12 см.
6. На осях координат должны быть указаны физические величины и единицы их измерения; масштаб наносится на оси с постоянным шагом.
7. Точки наносятся на поле чертежа без указания их на координатных осях и проведения каких-либо штриховых линий.
8. Затем точки соединяются плавной линией, соответствующей графическому изображению той функции (линейной, квадратичной, экспоненциальной и т.д.), которая отражает проявляющуюся в данном опыте известную или предполагаемую физическую закономерность, выраженную в виде соответствующей формулы.
9. Если на одном поле располагаются несколько графиков, то каждый из них должен быть подписан.

Выполненная КР высылается почтой на адрес деканата факультета АВИАСТРОЕНИЕ.

Задание 1. ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ

Краткая теория

Полное ускорение материальной точки при криволинейном движении (рис. 1):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}, \qquad [a] = 1\,м/с^2.$$

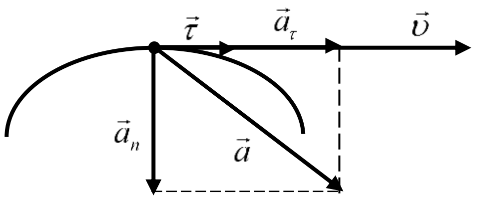


Рис. 1

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости криволинейного движения по величине,

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau}, \qquad a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}.$$

Нормальное ускорение характеризует изменение скорости криволинейного движения по направлению,

$$\vec{a}_n = \upsilon\frac{d\vec{\tau}}{dt}, \qquad a_n = \frac{\upsilon^2}{R},$$

где R – радиус кривизны траектории.

Угловой скоростью называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \qquad \omega = \frac{d\varphi}{dt}, \qquad [\omega] = 1\,рад/с.$$

Направление вектора угловой скорости определяется по правилу правого винта: вектор угловой скорости сонаправлен с поступательным движения винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности.

Угловое ускорение характеризует изменение угловой скорости с течением времени и определяется как первая производная угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \qquad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}, \qquad [\varepsilon] = 1\,рад/с^2.$$

При ускоренном движении вектор $\vec{\varepsilon}$ сонаправлен с $\vec{\omega}$, при замедленном – вектора $\vec{\varepsilon}$ направлен противоположно вектор $\vec{\omega}$.

Связь между кинематическими характеристиками:

$$\upsilon = \omega \cdot R, \quad a_\tau = R \cdot \varepsilon, \quad a_n = \omega^2 \cdot R.$$

Условие задания

Диск радиуса $R = 10\ см$ вращается вокруг вертикальной оси так, что уравнение его движения имеет вид $\varphi(t) = A + Bt^2,\ рад$ (на рис. 2 и 3 приведены две проекции вращающегося диска). Коэффициенты A, B, C для каждого варианта задаются в табл. 1. Время $t_1 = 0$, $t_2 = 4\ с$.

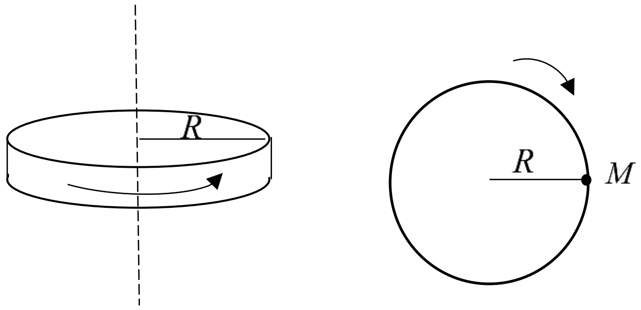


Рис. 2 Рис. 3

1. Построить график зависимости $\varphi(t)$ в интервале от t_1 до t_2 (точки для построения выбирать с шагом $0,5\ с$). Координаты точек для построения графика заносить в табл. 2.
2. Получить выражение для угловой скорости $\omega(t)$.
3. Построить график зависимости $\omega(t)$ в интервале от t_1 до t_2 (точки для построения выбирать с шагом $0,5\ с$).
4. Получить выражение для углового ускорения $\varepsilon(t)$.
5. Построить график зависимости $\varepsilon(t)$ в интервале от t_1 до t_2 (точки для построения выбирать с шагом $0,5\ с$).
6. Указать на рис. 2 направления векторов $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ для момента времени $t = 2\ с$.
7. Для точки, лежащей на ободе диска, вычислить значения линейной скорости υ, нормального a_n, тангенциального a_τ и полного ускорения a в момент времени $t = 2\ с$.
8. На рис. 3 указать направления векторов $\vec{\upsilon}$, $\vec{a}_n$, $\vec{a}_\tau$, $\vec{a}$ для момента времени $t = 2\ с$.

Таблица 1. Варианты заданий

вариант	A, $рад/с$	B, $рад/с^2$	вариант	A, $рад/с$	B, $рад/с^2$
1	0,5	1,3	**18**	2,5	4,0
2	1,5	1,3	**19**	0,5	4,0
3	2,0	1,3	**20**	1,5	4,0
4	2,5	1,3	**21**	0,5	5,0
5	0,5	2,2	**22**	1,5	5,0
6	1,5	2,2	**23**	2,0	5,0
7	2,0	2,2	**24**	2,5	5,0
8	2,5	2,2	**25**	0,5	1,0
9	0,5	2,2	**26**	1,5	1,0
10	1,5	2,2	**27**	2,0	1,0
11	0,5	1,2	**28**	2,5	1,0
12	1,5	1,2	**29**	0,5	2,5
13	2,0	1,2	**30**	1,5	2,5
14	2,5	1,2	**31**	0,5	1,2
15	0,5	2,0	**32**	1,5	1,2
16	1,5	2,0	**33**	2,0	2,0
17	2,0	4,0	**34**	2,5	2,0

Таблица 2. Данные для построения графиков $\varphi(t)$, $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$

t, $с$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
φ, $рад$									
ω, $рад/с$									
ε, $рад/с^2$									

Пример выполнения задания 1

Диск радиуса $R = 1\,м$ вращается вокруг вертикальной оси так, что уравнение его движения имеет вид $\varphi(t) = A + Bt^2$, $рад$, где $A = 1\,рад$, $B = 2\,рад/с^2$. Время $t_1 = 0$, $t_2 = 4\,с$.

Дано:

$\varphi(t) = A + Bt^2$

$A = 1\,рад$

$B = 2\,рад/с^2$

$R = 1\,м$

$t_1 = 0$

$t_2 = 4\,с$

Решение

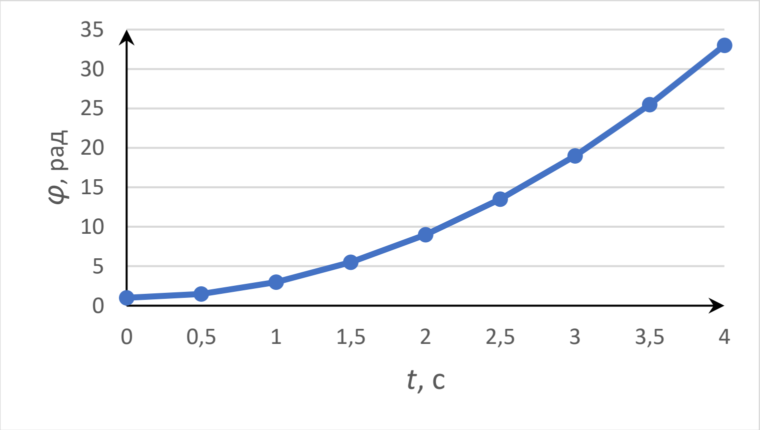
1. Определим координаты точек для построения графика, $\varphi(t) = A + Bt^2$ в интервале от $t_1 = 0$ до $t = 4\,с$ с шагом $\Delta t = 0{,}5\,с$:

$t_1 = 0$, $\quad \varphi_1 = 1 + 2 \cdot 0 = 1\,рад$,

$t_2 = 0{,}5\,с$, $\quad \varphi_2 = 1 + 2 \cdot 0{,}5^2 = 1{,}5\,рад$,

$t_3 = 1\,с$, $\quad \varphi_3 = 1 + 2 \cdot 1^2 = 3\,рад$ и т. д.

Значения φ_i для всех значений t_i, необходимых для построения графика $\varphi(t)$, заносим в первую стоку табл. 3, а затем строим график.



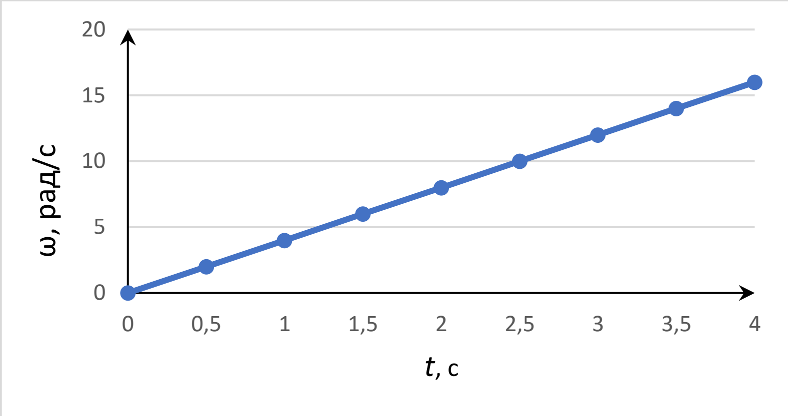
2. Угловая скорость, $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt} = 2Bt, {рад}/{с}$.

3. Определим координаты точек для построения графика, $\omega(t) = 2Bt$ в интервале от $t_1 = 0$ до $t = 4\,с$ с шагом $\Delta t = 0{,}5\,с$:

$t_1 = 0$, $\quad \omega_1 = 2 \cdot 2 \cdot 0 = 0$,

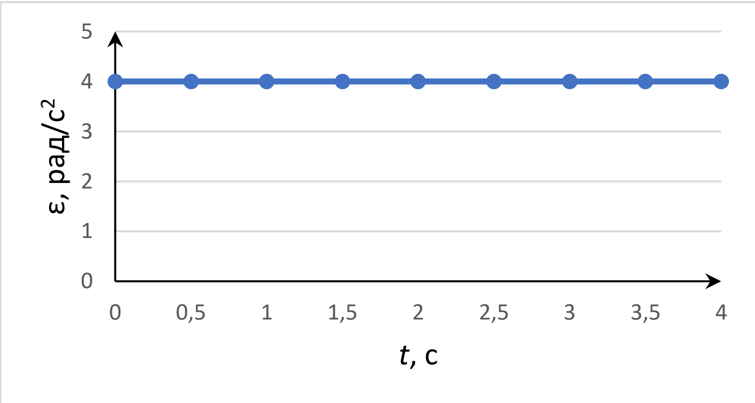
$t_2 = 0{,}5\,с$, $\quad \omega_2 = 2 \cdot 2 \cdot 0{,}5 = 2\,{рад}/{с}$,

$t_3 = 1\,с$, $\quad \omega_3 = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4\,{рад}/{с}$ и т.д. Результаты занести в табл. 3.



4. Угловое ускорение $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = 2B, {}^{рад}\!/_{c^2}$.

5. Определим координаты точек для построения графика, $\varepsilon(t) = 2B$ в интервале от $t_1 = 0$ до $t = 4\,c$ с шагом $\Delta t = 0{,}5\,c$. Очевидно, это прямая, параллельная оси абсцисс.



6. Направления векторов $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ (рис. 4).

7. Линейная скорость $\upsilon = \omega \cdot R$, при $t = 2\ c$, $\upsilon = 8 \cdot 1 = 8\ {}^{м}\!/_{c}$;

нормальное ускорение $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$, при $t = 2\ c$, $a_n = \dfrac{8^2}{1} = 64 {}^{м}\!/_{c^2}$;

тангенциальное ускорение $a_\tau = R \cdot \varepsilon$, при $t = 2\ c$, $a_\tau = 1 \cdot 4 = 4 {}^{м}\!/_{c^2}$;

полное ускорение $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, при $t = 2\ c$, $a = \sqrt{64^2 + 4^2} = 64{,}12\ {}^{м}\!/_{c^2}$.

8. Направления векторов $\vec{\upsilon}$, $\vec{a}_n$, $\vec{a}_\tau$, $\vec{a}$ указаны на рис. 5.

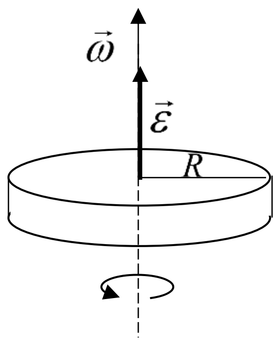


Рис. 4

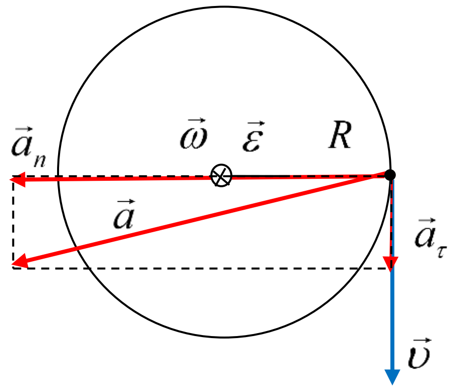


Рис. 5

Таблица 3. Данные для построения графиков $\varphi(t)$, $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$.

t, c	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
φ, *рад*	1	1,5	3	5,5	9	13,5	19	25,5	33
ω, *рад*/*с*	0	2	4	6	8	10	12	14	16
ε, *рад*/c^2	4	4	4	4	4	4	4	4	4

Задание 2. РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

Краткая теория

Движение тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью υ_0 (рис. 1), можно считать равнозамедленным движением с ускорением свободного падения (если в условии задачи пренебрегают сопротивлением воздуха). В этом случае вектор скорости тела направлена вверх, а вектор ускорения свободного падения – вниз. Скорость тела υ при движении вверх будет уменьшаться. Через некоторое время тело достигнет высшей точки подъема, в которой его скорость станет равна нулю.

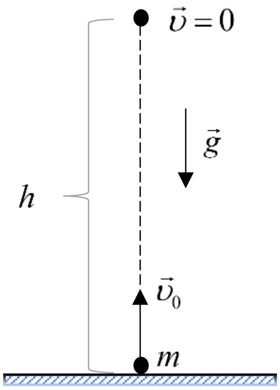


Рис. 1

Скорость и высота подъема тела при равнозамедленном движении вверх определяются формулами:

$$\upsilon = \upsilon_0 - gt\,, \tag{1}$$

$$h = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}\,. \tag{2}$$

Кинетическая энергия поступательно движущегося тела:

$$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}, \quad [E_к] = 1\,Дж\,. \tag{3}$$

Потенциальная энергия тела в поле тяготения Земли вблизи ее поверхности:

$$E_p = mgh, \quad [E_p] = 1\,Дж\,. \tag{4}$$

Полная механическая энергия тела равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$E = E_к + E_p\,. \tag{5}$$

Работа постоянной силы равна произведению силы на перемещение точки приложения силы и на косинус угла α между векторами $\vec{F}$ и $\vec{S}$:

$$A = FS\cos\alpha\,, \qquad [A] = 1\,Дж\,. \tag{6}$$

Условие задания

Тело массой m брошено с поверхности земли вертикально вверх с начальной скоростью υ_0 (см. рис. 1). Значение m и υ_0 для различных вариантов приведены в табл. 1. Силой сопротивления воздуха пренебречь. Принять ускорение свободного падения равным $g = 10\, {}^{м}\!/_{c^2}$.

1. Найти время $t_{\max}$, за которое тело достигнет высшей точки подъема.
2. Вычислить значения скорости тела υ в интервале времени $0 \le t \le t_{\max}$ с шагом $\Delta t = \dfrac{t_{\max}}{10}$. Результаты занести в табл. 2.
3. По результатам расчетов в п.2 построить график зависимости скорости тела от времени при равнозамедленном движении вверх $\upsilon(t)$. Сделать вывод о характере зависимости.
4. Вычислить значения высоты подъема тела над поверхностью земли h в интервале времени $0 \le t \le t_{\max}$ с шагом Δt. Результаты занести в табл. 2.
5. По результатам расчетов в п.4 построить график зависимости высоты подъема тела от времени при равнозамедленном движении вверх $h(t)$. Сделать вывод о характере зависимости.
6. Вычислить значения кинетической энергии тела $E_к$ в интервале времени $0 \le t \le t_{\max}$ с шагом Δt. Результаты занести в табл. 2.
7. Вычислить значения потенциальной энергии тела E_p в интервале времени $0 \le t \le t_{\max}$ с шагом Δt. Результаты занести в табл. 2.
8. Вычислить значения полной механической энергии тела E в интервале времени $0 \le t \le t_{\max}$ с шагом Δt. Результаты занести в табл. 2.
9. В одних координатных осях построить графики зависимости $E_к(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$
10. Вычислить работу, совершаемую силой тяжести, при движении тела от уровня земли до наивысшей точки подъема.

Таблица 1. Варианты заданий

вариант	m, *кг*	$\upsilon_0, {}^{м}\!/_{с}$	**вариант**	m, *кг*	$\upsilon_0, {}^{м}\!/_{с}$
1	1,2	21	**18**	1,1	37
2	1,4	22	**19**	1,3	36
3	1,6	23	**20**	1,5	35
4	1,8	24	**21**	1,7	34
5	2,2	25	**22**	2,3	33
6	2,4	26	**23**	2,5	32
7	2,6	27	**24**	2,7	31
8	2,8	28	**25**	2,9	30
9	3,2	29	**26**	3,1	29
10	3,4	30	**27**	3,3	28
11	3,6	31	**28**	3,5	27
12	3,8	32	**29**	3,7	26
13	4,2	33	**30**	4,1	25
14	4,4	34	**31**	4,3	24
15	4,6	35	**32**	4,5	23
16	4,8	36	**33**	4,7	22
17	5,0	30	**34**	5,0	21

Таблица 2. Данные для построения графиков $\upsilon(t)$, $h(t)$, $E_к(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$.

t, *с*											
$\upsilon, {}^{м}\!/_{с}$											
h, *м*											
$E_к$, *Дж*											
E_p, *Дж*											
E, *Дж*											

Пример выполнения задания 2

Тело массой $m = 2\,кг$ брошено с поверхности земли вертикально вверх с начальной скоростью $\upsilon_0 = 20\,{}^{м}\!/_{c}$ (см. рис. 1). Силой сопротивления воздуха пренебречь. Принять ускорение свободного падения равным $g = 10\,{}^{м}\!/_{c^2}$.

Решение

Дано	
$m = 2\,кг$ $\upsilon_0 = 20\,{}^{м}\!/_{c}$ $g = 10\,{}^{м}\!/_{c^2}$ $t_{\max} - ?$ $\upsilon(t)$, $h(t)$, $E_к(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$.	1. Время $t_{\max}$, за которое тело достигнет высшей точки подъема. Согласно формуле (1), скорость тела при равнозамедленном движении вверх $\upsilon = \upsilon_0 - gt$. Следовательно,

$$t = \frac{\upsilon_0 - \upsilon}{g}.$$

Т.к. в высшей точке подъема скорость тела $\upsilon = 0$, то

$$t_{\max} = \frac{\upsilon_0}{g}, \qquad t_{\max} = \frac{20}{10} = 2\,c.$$

2. Значения скорости тела υ (формула 1) в интервале времени $0 \le t \le 2c$ ($0 \le t \le t_{\max}$) с шагом $\Delta t = \frac{t_{\max}}{10}$, $\Delta t = \frac{2}{10} = 0{,}2\,c$.

$$t_1 = 0, \qquad \upsilon_1 = \upsilon_0 - gt_1, \qquad \upsilon_1 = 20 - 10 \cdot 0 = 20\,{}^{м}\!/_{c};$$

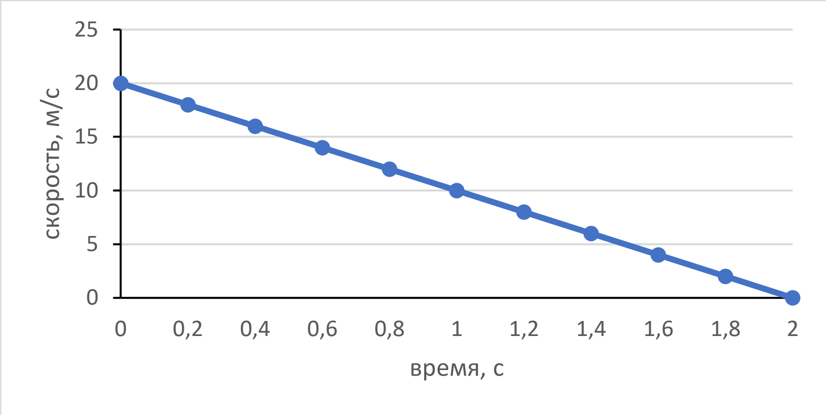
$$t_2 = 0{,}2c, \qquad \upsilon_2 = \upsilon_0 - gt_2, \qquad \upsilon_2 = 20 - 10 \cdot 0{,}2 = 18\,{}^{м}\!/_{c};$$

$$t_3 = 0{,}4c, \qquad \upsilon_3 = \upsilon_0 - gt_3, \qquad \upsilon_3 = 20 - 10 \cdot 0{,}4 = 16\,{}^{м}\!/_{c};$$

$$t_4 = 0{,}6c, \qquad \upsilon_4 = \upsilon_0 - gt_4, \qquad \upsilon_4 = 20 - 10 \cdot 0{,}6 = 14\,{}^{м}\!/_{c} \quad \text{и т.д.}$$

Результаты занести в табл. 3.

3. График зависимости скорости тела от времени при равнозамедленном движении вверх $\upsilon(t)$.



4. Значения высоты подъема тела над поверхностью земли h (формула 2) в интервале времени $0 \le t \le 2c$ с шагом $\Delta t = 0,2\,c$.

$$t_1 = 0, \qquad h_1 = \upsilon_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}, \qquad h_1 = 20 \cdot 0 - \frac{10 \cdot 0}{2} = 0;$$

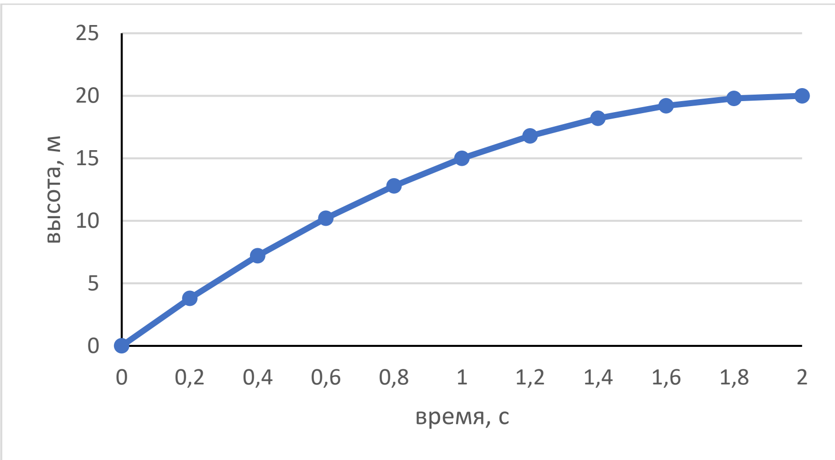
$$t_2 = 0,2c, \qquad h_2 = \upsilon_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}, \qquad h_2 = 20 \cdot 0,2 - \frac{10 \cdot 0,2^2}{2} = 3,8\,м;$$

$$t_3 = 0,4c, \qquad h_3 = \upsilon_0 t_3 - \frac{gt_3^2}{2}, \qquad h_3 = 20 \cdot 0,4 - \frac{10 \cdot 0,4^2}{2} = 7,2\,м;$$

$$t_4 = 0,6c, \qquad h_4 = \upsilon_0 t_4 - \frac{gt_4^2}{2}, \qquad h_4 = 20 \cdot 0,6 - \frac{10 \cdot 0,6^2}{2} = 10,2\,м \quad \text{и т.д.}$$

Результаты занести в табл. 3.

5. График зависимости высоты подъема тела от времени при равнозамедленном движении вверх $h(t)$.



6. Значения кинетической энергии тела $E_к$ (формула 3) в интервале времени $0 \le t \le 2c$ с шагом $\Delta t = 0,2\,c$.

$t_1 = 0$, $E_{к1} = \frac{m\upsilon_1^2}{2}$, $E_{к1} = \frac{2 \cdot 20^2}{2} = 400$ *Дж*;

$t_2 = 0,2\,c$, $E_{к2} = \frac{m\upsilon_2^2}{2}$, $E_{к2} = \frac{2 \cdot 18^2}{2} = 324$ *Дж*;

$t_3 = 0,4\,c$, $E_{к3} = \frac{m\upsilon_3^2}{2}$, $E_{к3} = \frac{2 \cdot 16^2}{2} = 256$ *Дж*;

$t_4 = 0,6\,c$, $E_{к4} = \frac{m\upsilon_4^2}{2}$, $E_{к4} = \frac{2 \cdot 14^2}{2} = 196$ *Дж* и т.д.

Результаты занести в табл. 3.

7. Значения потенциальной энергии тела E_p (формула 4) в интервале времени $0 \le t \le 2c$ с шагом $\Delta t = 0,2\,c$.

$t_1 = 0$, $E_{p1} = mgh_1$, $E_{p1} = 2 \cdot 10 \cdot 0 = 0$;

$t_2 = 0,2\,c$, $E_{p2} = mgh_2$, $E_{p2} = 2 \cdot 10 \cdot 3,8 = 0 = 76$ *Дж*;

$t_3 = 0,4\,c$, $E_{p3} = mgh_3$, $E_{p3} = 2 \cdot 10 \cdot 7,2 = 0 = 144$ *Дж*;

$t_4 = 0,6\,c$, $E_{p4} = mgh_4$, $E_{p4} = 2 \cdot 10 \cdot 10,2 = 204$ *Дж* и т.д.

Результаты занести в табл. 3.

8. Значения полной механической энергии тела E (формула 5) в интервале времени $0 \le t \le 2c$ с шагом $\Delta t = 0,2\,c$.

$t_1 = 0$, $E_1 = E_{к1} + E_{p1}$, $E_1 = 400 + 0 = 400$ *Дж*;

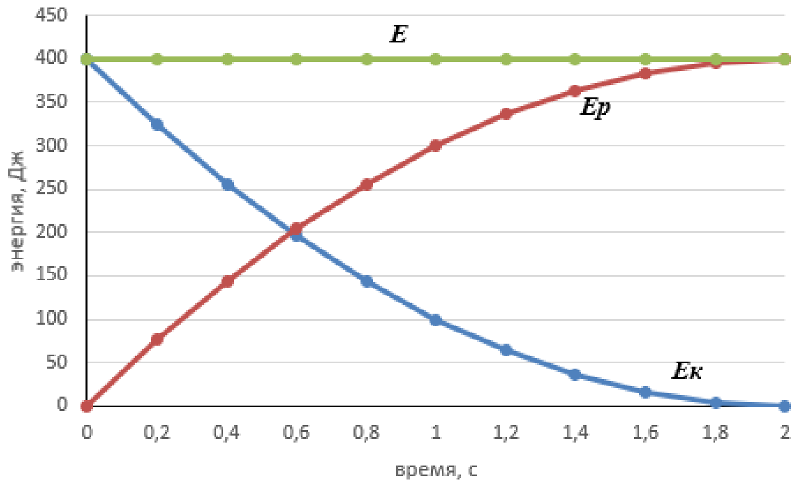
$t_2 = 0,2\,c$, $E_2 = E_{к2} + E_{p2}$, $E_2 = 324 + 76 = 400$ *Дж*;

$t_3 = 0,4\,c$, $E_3 = E_{к3} + E_{p3}$, $E_3 = 256 + 144 = 400$ *Дж*;

$t_4 = 0,6\,c$, $E_4 = E_{к4} + E_{p4}$, $E_4 = 196 + 204 = 400$ *Дж* и т.д.

Результаты занести в табл. 3.

9. Графики зависимости $E_к(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$.



10. Работа A (формула 6), совершаемая силой тяжести, при движении тела от уровня земли до высшей точки подъема,

$$A = mgh_{max} \cos\alpha,$$

$$A = 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \cos 180^0 = -400 \text{ Дж}.$$

Таблица 3. Данные для построения графиков $\upsilon(t)$, $h(t)$, $E_к(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$.

t, с	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2
υ, м/с	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0
h, м	0	3,8	7,2	10,2	12,8	15	16,8	18,2	19,2	19,8	20
$E_к$, Дж	400	324	256	196	144	100	64	36	16	4	0
E_p, Дж	0	76	144	204	256	300	336	364	384	396	400
E, Дж	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400

Задание 3. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ТЕЛА

Краткая теория

Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении.

Момент инерции материальной точки относительно неподвижной оси вращения равен произведению её массы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси вращения:

$$J = mr^2,\ [J] = 1\,кг \cdot м^2 .$$

Момент инерции – аддитивная величина, т. е. момент инерции системы тел относительно некоторой неподвижной оси равен сумме моментов инерции отдельных тел или частей системы относительно этой оси:

$$J = \sum_{i=1}^{n} J_i .$$

Говорить о моменте инерции, не привязывая его к конкретной оси, бессмысленно.

Моменты инерции однородных тел симметричной формы относительно оси, проходящей через центр масс (рис. 1)

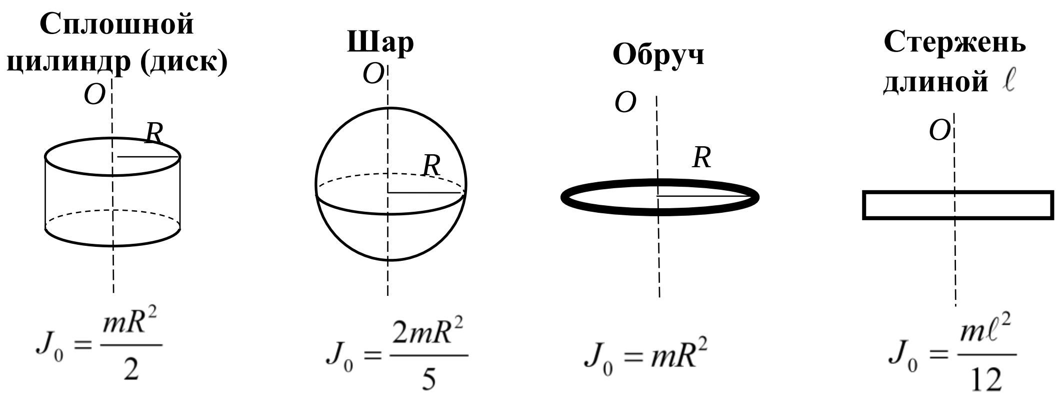


Рис. 1

Если ось вращения не проходит через центр масс тела, то момент инерции тела относительно этой оси, определяется по *теореме Штейнера*: момент инерции тела J относительно произвольной оси равен сумме момента инерции тела J_0 относительно оси, проведенной через центр масс тела параллельно данной оси, и произведения массы тела на квадрат расстояния d между этими осями,

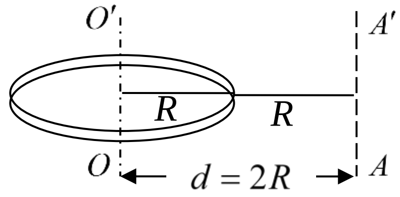


Рис. 2

$$J = J_0 + md^2.$$

Например, для обруча момент инерции относительно оси AA' (рис. 2) равен

$$J = J_0 + md^2 = mR^2 + m(2R)^2 = 5mR^2.$$

Условие задания

Система состоит из двух однородных симметричных тел правильной геометрической формы (варианты конфигураций тел и их параметры приведены в таблицах 1 и 2). Тела расположены так, что они соприкасаются в одной точке, а их центры масс лежат на одной горизонтальной оси (если в систему входит кольцо, оно располагается в горизонтальной плоскости).

1. Нарисовать рисунок, соответствующий конфигурации тел варианта задания (в качестве примера см. рис. 3).
2. Рассчитать момент инерции системы тел относительно оси, проходящей через точку соприкосновения тел перпендикулярно горизонтальной оси.

Таблица 1. Варианты заданий

вариант	**конфигурация тел**	**вариант**	**конфигурация тел**	**вариант**	**конфигурация тел**
1	AB	**13**	CB	**25**	EE
2	AC	**14**	CD	**26**	AB
3	AD	**15**	CE	**27**	AC
4	AE	**16**	DA	**28**	AD
5	AA	**17**	DB	**29**	BC
6	BA	**18**	DC	**30**	BD
7	BB	**19**	DD	**31**	BE
8	BC	**20**	DE	**32**	DC
9	BD	**21**	EA	**33**	DD
10	BE	**22**	EB	**34**	DE
11	CC	**23**	EC	**35**	EC
12	CA	**24**	ED	**36**	ED

Таблица 2. Параметры тел

тело		**масса**, m (*кг*)	**радиус**, R (*м*)
A	Сплошной цилиндр	2	0,2
B	Диск	4	0,1
C	Шар	5	0,3
D	Обруч	1	0,4
E	Стержень	3	длина $\ell = 0,2$ *м*

Пример выполнения задания 3

Пусть конфигурация тел – ED.

Согласно табл. 2 тело E – стержень, тело D – обруч.

1. Используя данные табл. 2, запишем:

масса стержня $m_{cm} = 3\,кг$;

масса обруча $m_{об} = 1\,кг$;

длина стержня $\ell = 0{,}2\,м$;

радиус обруча $R_{об} = 0{,}4\,м$.

2. Система тел ED (рис. 3).

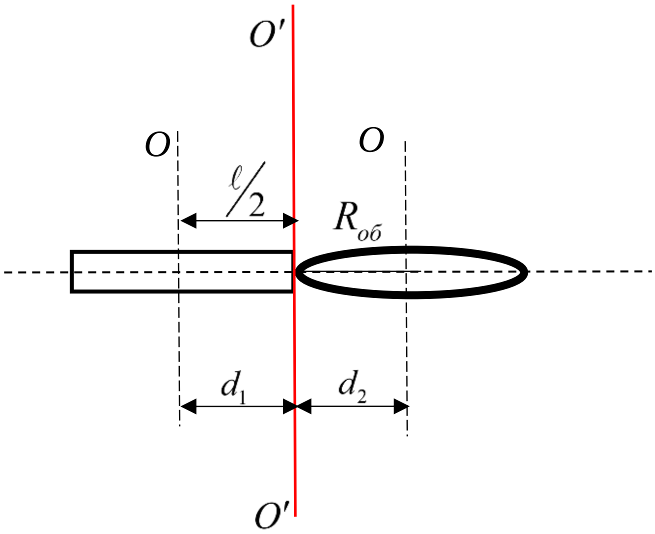


Рис. 3

3. Рассчитаем момент инерции системы тел ED относительно оси $O'O'$.

Т.к. момент инерции системы тел относительно некоторой неподвижной оси равен сумме моментов инерции отдельных тел системы относительно этой оси, то можно записать:

$$J = J_{cm} + J_{об}.$$

По теореме Штейнера момент инерции относительно оси $O'O'$:

– стержня

$$J_{cm} = J_0 + m_{cm} d_1^2 = \frac{m_{cm}\ell^2}{12} + m_{cm}\left(\frac{\ell}{2}\right)^2,$$

$$J_{ст} = \frac{3 \cdot 0,2^2}{12} + 3 \cdot \left(\frac{0,2}{2}\right)^2 = 0,04\ кг \cdot м^2;$$

– обруча

$$J_{об} = J_0 + m_{об} d_2^2 = m_{об} R_{об}^2 + m_{ст} R_{об}^2 = 2 m_{об} R_{об}^2,$$

$$J_{об} = 2 \cdot 1 \cdot 0,4^2 = 0,32\ кг \cdot м^2.$$

Окончательно, момент инерции системы тел ED относительно оси $O'O'$ равен:

$$J = J_{ст} + J_{об},$$

$$J = 0,04 + 0,32 = 0,36\ кг \cdot м^2.$$

ОТВЕТ: $J = 0,36\ кг \cdot м^2$

Задание 4. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Краткая теория

Гармоническими называют колебания, при которых изменение некоторой величины x происходит по закону синуса или косинуса:

$$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad \text{или} \qquad x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Рассмотрим материальную точку, совершающую гармонические колебания около положения равновесия. В этом случае:

x – смещение – отклонение колеблющейся точки от положения равновесия в момент времени t;

A – амплитуда колебаний – максимальное смещение от положения равновесия;

$\omega_0 t + \varphi_0$ – фаза колебаний – величина, определяющая положение колеблющейся точки в любой момент времени t;

φ_0 – начальная фаза колебаний, определяет значение x в начальный момент времени ($t = 0$);

ω_0 – циклическая частота, равна числу колебаний за время 2π (единиц времени),

$$\omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T};$$

T – период – это время, за которое совершается одно полное колебание;

ν – частота, равна числу колебаний, совершаемых за единицу времени.

Связь между частотой и периодом:

$$T = \frac{1}{\nu}.$$

Скорость при гармонических (синусоидальных) колебаниях определяется как первая производная смещения по времени:

$$\upsilon(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Максимальное значение скорости:

$$\upsilon_{max} = A\omega_0.$$

Ускорение при гармонических колебаниях:

$$a(t) = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Знак минус в этом выражении означает, что ускорение всегда имеет знак, противоположный знаку смещения, и, следовательно, по второму закону Ньютона, сила, заставляющая тело совершать гармонические колебания, направлена всегда в сторону положения равновесия ($x = 0$).

Максимальное значение ускорения:

$$a_{\max} = A\omega_0^2 .$$

Математический маятник – материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити (рис. 1).

В случае малых колебаний (при углах отклонения α не более $15^0 \div 20^0$) математический маятник совершает гармонические колебания. Колебания маятника при больших углах отклонения не являются гармоническими.

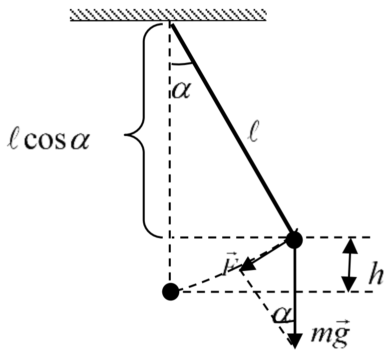


Рис. 1

При отклонении маятника от положения равновесия на тело действует возвращающая сила, которая является тангенциальной составляющей силы тяжести. Модуль возвращающей силы:

$$|F| = mg\sin\alpha .$$

Период собственных колебаний математического маятника (формула Гюйгенса):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} .$$

Циклическая частота собственных колебаний математического маятника:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} .$$

Кинетическая энергия колебаний математического маятника равна

$$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} .$$

Максимальное значение кинетической энергии:

$$E_{к\max} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} .$$

Потенциальная энергия математического маятника, совершающего гармонические колебания в поле тяготения, равна

$$E_p = mgh = mg\ell\left(1 - \cos\alpha\right) = mg\ell \cdot 2\sin^2\frac{\alpha}{2} .$$

При малых углах отклонения, если угол измеряется в радианах, справедливо утверждение:

$$\sin\alpha \approx \alpha .$$

Сам угол в радианах равен отношению длины дуги к радиусу окружности (длине нити ℓ), а длина дуги приблизительно равна смещению x:

$$\alpha \approx \frac{x}{\ell}.$$

Тогда потенциальная энергия равна

$$E_p = \frac{mgx^2}{2\ell} = \frac{mgA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2\ell}.$$

Максимальное значение потенциальной энергии:

$$E_{p\max} = \frac{mgA^2}{2\ell}.$$

Полная энергия колебаний математического маятника равна:

$$E = E_к + E_p.$$

Условие задания

Математический маятник массой $m = 100\ г$ и длиной ℓ совершает гармонические колебания, описываемые уравнением, приведённым в табл. 1.

Используя уравнение гармонического колебания найти:

1) амплитуду A;
2) фазу φ;
3) циклическую частоту ω_0;
4) длину математического маятника ℓ по известной циклической частоте ω_0 (ускорение свободного падения $g = 10\ {}^{м}\!/_{с^2}$);
5) частоту ν;
6) период T;
7) значения смещения x в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$, результаты занести в табл. 2;
8) уравнение изменения скорости со временем $\upsilon(t)$;
9) значение максимальной скорости $\upsilon_{\max}$;
10) значения скорости υ в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$;
11) уравнение изменения ускорения со временем $a(t)$;
12) значение максимального ускорения $a_{\max}$;
13) значения ускорения a в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$;
14) кинетическую энергию в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$;

15) максимальное значение кинетической энергии $E_{\kappa\max}$;

16) потенциальную энергию в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$;

17) максимальное значение потенциальной энергии $E_{p\max}$;

18) полную механическую энергию E в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$, результаты занести в табл. 2;

19) построить графики зависимости $x(t)$, $\upsilon(t)$, $a(t)$, $E_\kappa(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$ расположив оси, как показано на рис. 2.

Таблица 1. Варианты заданий

№	Уравнение гармонического колебания	№	Уравнение гармонического колебания
1	$x = 0,02\sin(\pi t), м$	**18**	$x = 0,03\sin(2\pi t), м$
2	$x = 0,02\sin(4\pi t), м$	**19**	$x = 0,03\sin(4\pi t), м$
3	$x = 0,045\sin(2\pi t), м$	**20**	$x = 0,055\sin(\pi t), м$
4	$x = 0,01\sin(4\pi t), м$	**21**	$x = 0,03\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right), м$
5	$x = 0,05\sin(\pi t), м$	**22**	$x = 0,01\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right), м$
6	$x = 0,03\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right), м$	**23**	$x = 0,01\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right), м$
7	$x = 0,06\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right), м$	**24**	$x = 0,05\sin(3\pi t), м$
8	$x = 0,01\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right), м$	**25**	$x = 0,014\cos(\pi t), м$
9	$x = 0,02\sin(3\pi t), м$	**26**	$x = 0,043\cos(\pi t), м$
10	$x = 0,01\sin(\pi t), м$	**27**	$x = 0,06\sin(2\pi t), м$
11	$x = 0,08\sin(\pi t), м$	**28**	$x = 0,015\cos(\pi t), м$
12	$x = 0,02\sin(2\pi t), м$	**29**	$x = 0,042\cos(4\pi t), м$
13	$x = 0,05\sin(\pi t), м$	**30**	$x = 0,05\cos(2\pi t), м$
14	$x = 0,025\sin(4\pi t), м$	**31**	$x = 0,01\sin(3\pi t), м$
15	$x = 0,04\sin(2\pi t), м$	**32**	$x = 0,02\sin(\pi t), м$
16	$x = 0,025\sin(2\pi t), м$	**33**	$x = 0,03\sin(\pi t), м$
17	$x = 0,025\sin(\pi t), м$	**34**	$x = 0,04\sin(2\pi t), м$

Таблица 2. Данные для построения графиков $x(t)$, $\upsilon(t)$, $a(t)$, $E_к(t)$, $E_p(t)$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
$x, м$					
$\upsilon, {м}/{с}$					
$a, {м}/{с^2}$					
$E_к$, Дж					
E_p, Дж					
E, Дж					

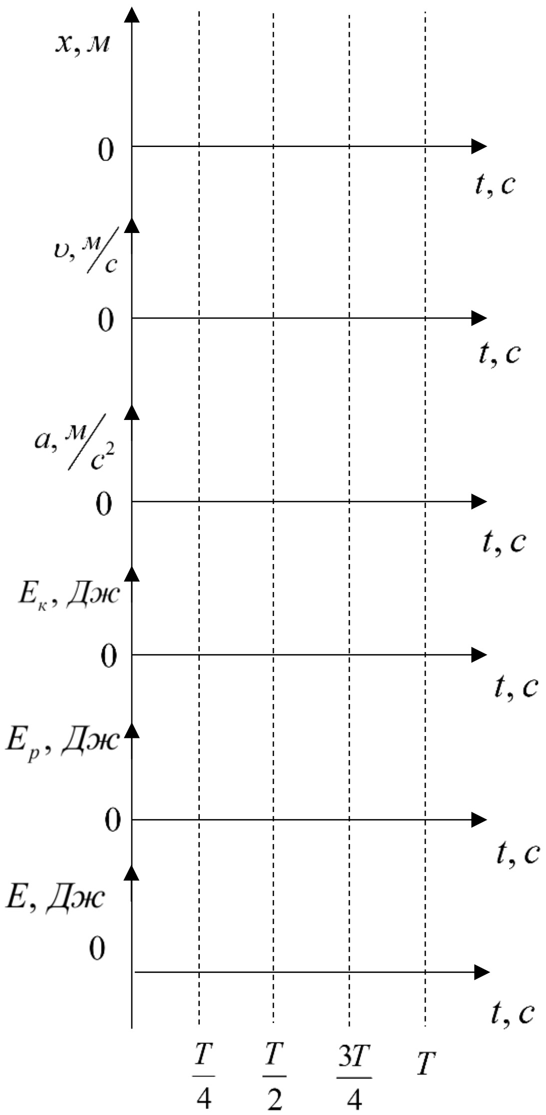


Рис. 2

Пример выполнения задания 4

Математический маятник массой $m = 100\,г$ и длиной ℓ совершает гармонические колебания, описываемые уравнением $x = 0,2\cos(\pi t),м$.

Дано	
$m = 100\,г = 0,1\,кг$ $g = 10\,м/с^2$ $x = 0,2\cos(\pi t),м$	По условию математический маятник совершает гармонические косинусоидальные колебания с начальной фазой равной нулю. Общий вид такого колебания: $x(t) = A\cos(\omega_0 t)$.

1. Амплитуда $A = 0,2\,м$.
2. Фаза $\varphi = \pi t,\ рад$.
3. Циклическая частота $\omega_0 = \pi, рад/с$.
4. Длина математического маятника: т.к. $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \ell = \frac{g}{\omega_0^2}$, $\ell = \frac{10}{3,14^2} = 1,014\,м$.
5. Частота $\nu = \frac{\omega_0}{2\pi}$, $\nu = \frac{\pi}{2\pi} = 0,5\,Гц$.
6. Период $T = \frac{1}{\nu}$, $T = \frac{1}{0,5} = 2\,с$.
7. Для расчета смещения x в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$ учтем, что

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$. С учетом этого запишем уравнение колебания:

$$x = 0,2\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t\right), м.$$

При $t = 0$, $x = 0,2\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot 0\right) = 0,2\cdot 1 = 0,2\,м$,

при $t = \frac{T}{4}$, $x = 0,2\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{4}\right) = 0,2\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$,

при $t = \frac{T}{2}$, $x = 0,2\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{2}\right) = -0,2\,м$,

при $t = \frac{3T}{4}$, $x = 0,2\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{3T}{4}\right) = 0$,

при $t = T$, $x = 0,2\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot T\right) = 0,2\,м$. Результаты занести в табл. 2.

8. Уравнение изменения скорости со временем $\upsilon(t)=\dfrac{dx}{dt}=-0,2\pi\sin(\pi t),\ {}^{м}\!/\!_{с}$.

9. Значение максимальной скорости $\upsilon_{\max}=A\omega_0$, $\upsilon_{\max}=0,2\cdot\pi=0,2\cdot 3,14=0,628\ {}^{м}\!/\!_{с}$.

10. Значения скорости υ в моменты времени $t=0,\dfrac{T}{4},\dfrac{T}{2},\dfrac{3T}{4},T$:

при $t=0$, $\upsilon=-0,628\sin\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot 0\right)=0$,

при $t=\dfrac{T}{4}$, $\upsilon=-0,628\sin\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot\dfrac{T}{4}\right)=-0,628\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-0,628\ {}^{м}\!/\!_{с}$,

при $t=\dfrac{T}{2}$, $\upsilon=-0,628\sin\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot\dfrac{T}{2}\right)=-0,628\sin(\pi)=0$,

при $t=\dfrac{3T}{4}$, $\upsilon=-0,628\sin\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot\dfrac{3T}{4}\right)=-0,628\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}\right)=0,628\ {}^{м}\!/\!_{с}$,

при $t=T$, $\upsilon=-0,628\sin\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot T\right)=-0,628\sin(2\pi)=0$. Результаты занести в табл. 2.

11. Уравнение изменения ускорения со временем $a(t)$:

$$a(t)=\frac{d\upsilon}{dt}=0,2\pi^2\cos(\pi t),\ {}^{м}\!/\!_{с^2}.$$

12. Значение максимального ускорения:

$$a_{\max}=A\omega_0^2,\quad a_{\max}=0,2\pi^2=0,2\cdot 3,14^2=1,97\ {}^{м}\!/\!_{с^2}.$$

13. Значения ускорения a в моменты времени $t=0,\dfrac{T}{4},\dfrac{T}{2},\dfrac{3T}{4},T$:

при $t=0$, $x=1,97\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot 0\right)=1,97\ {}^{м}\!/\!_{с^2}$,

при $t=\dfrac{T}{4}$, $x=1,97\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot\dfrac{T}{4}\right)=0$,

при $t=\dfrac{T}{2}$, $x=1,97\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot\dfrac{T}{2}\right)=-1,97\ {}^{м}\!/\!_{с^2}$,

при $t=\dfrac{3T}{4}$, $x=1,97\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot\dfrac{3T}{4}\right)=0$,

при $t=T$, $x=1,97\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot T\right)=1,97\ {}^{м}\!/\!_{с^2}$. Результаты занести в табл. 2.

14.Кинетическая энергия в моменты времени $t=0,\frac{T}{4},\frac{T}{2},\frac{3T}{4},T$:

$$E_к=\frac{m\upsilon^2}{2},$$

при $t=0$, $E_к=\frac{0,1\cdot 0^2}{2}=0$,

при $t=\frac{T}{4}$, $E_к=\frac{0,1\cdot\left(-0,628\right)^2}{2}=0,0197\ Дж$,

при $t=\frac{T}{2}$, $E_к=\frac{0,1\cdot 0^2}{2}=0$,

при $t=\frac{3T}{4}$, $E_к=\frac{0,1\cdot\left(0,628\right)^2}{2}=0,0197\ Дж$,

при $t=T$, $E_к=\frac{0,1\cdot 0^2}{2}=0$.

15.Максимальное значение кинетической энергии $E_{к\max}=\frac{mA^2\omega_0^2}{2}$,

$E_{к\max}=\frac{0,1\cdot\left(0,2\right)^2\left(3,14\right)^2}{2}=0,0197\ Дж$.

16.Потенциальная энергия в моменты времени $t=0,\frac{T}{4},\frac{T}{2},\frac{3T}{4},T$:

$$E_p=\frac{mgx^2}{2\ell},$$

при $t=0$, $E_p=\frac{0,1\cdot 10\cdot\left(0,2\right)^2}{2\cdot 1,014}=0,0197\ Дж$,

при $t=\frac{T}{4}$, $E_p=\frac{0,1\cdot 10\cdot 0^2}{2\cdot 1,014}=0$,

при $t=\frac{T}{2}$, $E_p=\frac{0,1\cdot 10\cdot\left(-0,2\right)^2}{2\cdot 1,014}=0,0197\ Дж$,

при $t=\frac{3T}{4}$, $E_p=\frac{0,1\cdot 10\cdot 0^2}{2\cdot 1,014}=0$,

при $t=T$, $E_p=\frac{0,1\cdot 10\cdot\left(0,2\right)^2}{2\cdot 1,014}=0,0197\ Дж$.

17. Максимальное значение потенциальной энергии $E_{p\max}=\frac{mgA^2}{2\ell}$,

$E_{p\max}=\frac{0,1\cdot 10\cdot\left(0,2\right)^2}{2\cdot 1,014}=0,0197\ Дж$.

18. Полная механическая энергия в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$:

$$E = E_к + E_p,$$

при $t = 0$, $E = 0 + 0,0197 = 0,0197$ *Дж*,

при $t = \frac{T}{4}$, $E = 0,0197 + 0 = 0,0197$ *Дж*,

при $t = \frac{T}{2}$, $E = 0 + 0,0197 = 0,0197$ *Дж*,

при $t = \frac{3T}{4}$, $E = 0,0197 + 0 = 0,0197$ *Дж*,

при $t = T$, $E = 0 + 0,0197 = 0,0197$ *Дж*.

Таблица 2. Данные для построения графиков $x(t)$, $\upsilon(t)$, $a(t)$, $E_к(t)$, $E_p(t)$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
$x, м$	0,2	0	-0,2	0	0,2
$\upsilon, м/с$	0	-0,2	0	0,2	0
$a, м/с^2$	1,97	0	-1,97	0	1,97
$E_к$, *Дж*	0	0,0197	0	0,0197	0
E_p, *Дж*	0,0197	0	0,0197	0	0,0197
E, *Дж*	0,0197	0,0197	0,0197	0,0197	0,0197

19. Графики зависимости $x(t)$, $\upsilon(t)$, $a(t)$, $E_к(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$.

На рис. 3 приведём пример построения **только** графика зависимости $x(t)$.

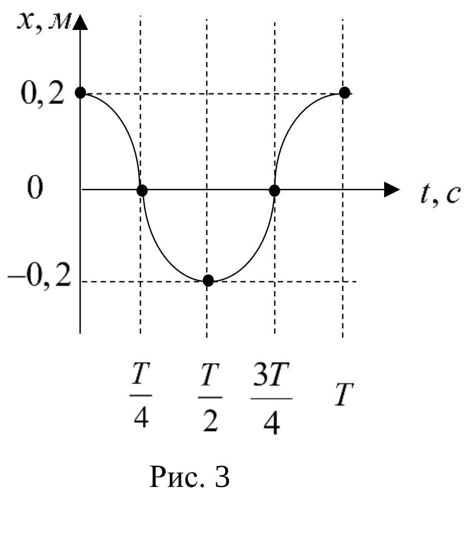


Рис. 3

Задание 5. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Краткая теория

Основные положения молекулярно-кинетической теории:

– все вещества состоят из атомов или молекул;

– атомы и молекулы находятся в беспрестанном хаотическом движении;

– атомы и молекулы взаимодействуют между собой.

Моль – количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов, молекул и др.) равное числу атомов в 12 г изотопа углерода ${}^{12}_{6}C$.

Число Авогадро N_A – число атомов или молекул, содержащихся в одном моле любого вещества,

$$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\, моль^{-1}.$$

Молярная масса – это масса одного моля вещества:

$$M = m_0 \cdot N_A,$$

где m_0 – масса одной молекулы; $[M] = 1\dfrac{кг}{моль}$.

Число молей вещества – масса вещества, деленная на молекулярную массу:

$$\nu = \frac{m}{M}, \quad [\nu] = 1\, моль.$$

Концентрация молекул – это число частиц в единице объема:

$$n = \frac{N}{V}, \quad [n] = 1\, м^{-3}.$$

Средняя квадратичная скорость молекул газа:

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{\upsilon_1^2 + \ldots \upsilon_N{}^2}{N}}, \quad \langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \qquad [\langle \upsilon_{кв} \rangle] = 1\frac{м}{с},$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\dfrac{Дж}{К}$ – постоянная Больцмана; T – температура газа, $[T] = 1\, К$.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы:

$$< \varepsilon_0 > = \frac{m_0 < \upsilon_{кв} >^2}{2} = \frac{3}{2}kT, \quad [< \varepsilon_0 >] = 1\, Дж,$$

Плотность вещества – физическая величина, численно равная отношению массы вещества, заключенного в некотором объеме, к величине этого объема:

$$\rho = \frac{m}{V} = n \cdot m_0, \quad [\rho] = 1\frac{кг}{м^3}.$$

Состояние некоторой массы газа определяется тремя термодинамическими параметрами – давлением p, объемом V, температурой T.

Уравнение, связывающее параметры состояния идеального газа, называется уравнением состояния идеального газа или уравнением Клапейрона:

$$\frac{pV}{T} = const.$$

Уравнение состояния идеального газа произвольной массы (уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

где $R = 8,31\frac{Дж}{моль \cdot К}$ – молярная газовая постоянная.

Уравнение состояния можно записать в другом виде:

$$p = nkT.$$

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа (разные варианта записи):

$$p = \frac{2}{3}n < \varepsilon_0 >;$$

$$p = \frac{1}{3}nm_0 < \upsilon_{кв} >^2;$$

$$p = \frac{1}{3}\rho < \upsilon_{кв} >^2.$$

Условие задания

Идеальный газ массой m, молярная масса которого M, находится в закрытом сосуде объёмом V. Температура газа T.

Используя численные значения величин, заданные для каждого варианта в табл. 1, найти:

1) число молей вещества ν;
2) плотность газа ρ;
3) массу одной молекулы газа m_0;
4) концентрацию молекул n;
5) число молекул газа в объеме N;
6) давление газа p;
7) среднюю квадратичную скорость молекул газа $\langle \upsilon_{кв} \rangle$;

8) среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы $<\varepsilon_0>$.

Таблица 1. Варианты заданий

№	Газ	M, $\frac{кг}{моль}$	m, $кг$	V, $м^3$	T, K
1	Кислород O_2	0,032	0,05	0,036	393
2	Азот N_2	0,028	0,06	0,051	394
3	Аммиак NH_3	0,017	0,07	0,091	450
4	Аргон Ar	0,040	0,08	0,051	396
5	Водород H_2	0,002	0,09	1,004	397
6	Гелий He	0,004	0,05	0,302	398
7	Закись азота N_2O	0,044	0,06	0,031	399
8	Углекислый газ CO_2	0,044	0,07	0,036	370
9	Окись азота NO	0,030	0,08	0,062	330
10	Окись углерода CO	0,028	0,09	0,072	320
11	Фреон-11 CF_3Cl	0,137	0,05	0,0083	510
12	Фреон-12 CF_2Cl_2	0,121	0,06	0,011	380
13	Фреон-13 $CFCl_3$	0,114	0,07	0,014	370
14	Фтор F_2	0,038	0,06	0,035	306
15	Криптон Kr	0,084	0,09	0,024	309
16	Кислород O_2	0,032	0,07	0,049	405
17	Азот N_2	0,028	0,05	0,045	402
18	Аммиак NH_3	0,017	0,06	0,081	457
19	Аргон Ar	0,040	0,04	0,025	398
20	Водород H_2	0,002	0,08	0,891	418
21	Гелий He	0,004	0,09	0,506	419
22	Закись азота N_2O	0,044	0,07	0,036	412
23	Углекислый газ CO_2	0,044	0,06	0,031	380
24	Окись азота NO	0,030	0,05	0,038	340
25	Окись углерода CO	0,028	0,07	0,055	330
26	Фреон-11 CF_3Cl	0,137	0,06	0,009	518
27	Фреон-12 CF_2Cl_2	0,121	0,07	0,013	390
28	Фреон-13 $CFCl_3$	0,114	0,08	0,015	388
29	Фтор F_2	0,038	0,08	0,047	309
30	Криптон Kr	0,084	0,10	0,027	313

Пример выполнения задания 5

Решение

Дано

Xe – ксенон

$m = 0,35\ кг$

$M = 0,131\ \frac{кг}{моль}$

$V = 0,07\ м^3$

$T = 350\ К$

ν, ρ, m_0, n, N, p,

$\langle \upsilon_{кв} \rangle$, $< \varepsilon_0 >$ – ?

1. Число молей вещества $\nu = \frac{m}{M}$, $\nu = \frac{0,35}{0,131} = 2,67\ моль$.

2. Плотность газа $\rho = \frac{m}{V}$, $\rho = \frac{0,35}{0,07} = 5\frac{кг}{м^3}$.

3. Т.к. молярная масса $M = m_0 \cdot N_A$, то масса одной молекулы $m_0 = \frac{M}{N_A}$,

$$m_0 = \frac{0,131}{6,022 \cdot 10^{23}} = 2,18 \cdot 10^{-25}\ кг.$$

4. Т.к. плотность газа $\rho = n \cdot m_0$, то концентрация молекул $n = \frac{\rho}{m_0}$,

$$n = \frac{5}{2,18 \cdot 10^{-25}} = 2,34 \cdot 10^{25}\ м^{-3}.$$

5. Число молекул газа в объеме $N = n \cdot V$, $N = 2,34 \cdot 10^{25} \cdot 0,07 = 1,64 \cdot 10^{24}$.

6. Давление газа $p = nkT$, $p = 2,34 \cdot 10^{25} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 113022\ Па$.

7. Средняя квадратичная скорость молекул газа $\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$,

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350}{2,18 \cdot 10^{-25}}} = 257,81\ м/с.$$

8. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы $< \varepsilon_0 >= \frac{3}{2}kT$, $< \varepsilon_0 >= \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 7,25 \cdot 10^{-21}\ Дж$.

Задание 6. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Краткая теория

Электрический заряд q – количественная мера электромагнитного взаимодействия тел, $[q] = 1 Кл$ (кулон).

Электрическое поле – это форма материи, окружающая электрические заряды и переменные магнитные поля. Электрическое поле, созданное неподвижным зарядом, называется электростатическим.

Основной силовой характеристикой электростатического поля является его напряженность.

Напряженностью электрического поля, называется векторная величина, численно равная силе, действующей на помещенный в данную точку поля единичный положительный заряд:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \qquad [E] = 1\frac{Н}{Кл}.$$

Электрические поля изображают с помощью линий напряжённости.

Линией напряженности (или силовой линией) электрического поля называют линию, касательная к которой в любой её точке совпадает с направлением вектора напряженности. Линии напряженности электрического поля начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах; нигде не пересекаются; в любой точке поля плотность линий напряженности равна модулю напряженности поля в этой точке.

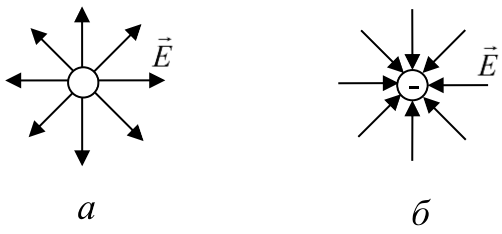


Рис. 1

На рис. 1 приведены примеры изображения электрических полей точечного положительного заряда (рис. 1*а*) и точечного отрицательного заряда (рис. 1*б*) с помощью линий напряжённости.

Напряжённость поля точечного заряда:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot r^2},$$

где q – заряд, создающий поле; r – расстояние от заряда до точки пространства, в которой рассчитывается напряжённость электрического поля; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды – величина, показывающая, во сколько раз напряжённость электрического поля в вакууме больше напряжённости этого же поля в данной среде, $\varepsilon = \dfrac{E_0}{E}$; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \dfrac{\text{Кл}^2}{Н \cdot м^2}$ – электрическая постоянная.

Принцип суперпозиции полей: если электрическое поле создается несколькими точечными зарядами, то напряженность результирующего поля равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым зарядом в отдельности,

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i \,.$$

Потенциал поля в данной точке – скалярная физическая величина, численно равная потенциальной энергии, которой обладает единичный положительный заряд в данной точке поля,

$$\varphi = \frac{W_п}{q}\ , \quad [\varphi] = 1\frac{Дж}{Кл} = 1В\,.$$

Потенциал – энергетическая характеристика поля.

Потенциал в некоторой точке поля, созданного системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов полей, созданных каждым зарядом в отдельности,

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i \,.$$

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\,.$$

Условие задания

Три точечных неподвижных заряда, модули которых равны $|q_1| = |q_2| = |q_3| = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *Кл*, расположены в вакууме ($\varepsilon = 1$) на одной прямой (рис. 2). Расстояния $AB = BC = 10$ *см*.

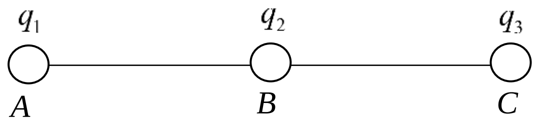


Рис. 2

Найти в точке *M*, расположенной на прямой *AC* справа от точки *A*,

а) направление и модуль вектора напряжённости результирующего электрического поля в точке *M*;

б) потенциал результирующего электрического поля в точке *M*.

Таблица 1. Варианты заданий

№	q_1	q_2	q_3	AM, *см*	№	q_1	q_2	q_3	AM, *см*
1	+	+	+	2	**16**	+	+	+	18
2	+	+	–	2	**17**	+	+	–	18
3	+	–	–	4	**18**	+	–	–	22
4	–	–	–	4	**19**	–	–	–	22
5	–	–	+	6	**20**	–	–	+	12
6	–	+	+	6	**21**	–	+	+	12
7	–	+	–	8	**22**	–	+	–	14
8	+	–	+	8	**23**	+	–	+	14
9	+	+	+	12	**24**	+	+	+	3
10	+	+	–	12	**25**	+	+	–	3
11	+	–	–	14	**26**	+	–	–	5
12	–	–	–	14	**27**	–	–	–	5
13	–	–	+	16	**28**	–	–	+	7
14	–	+	+	16	**29**	–	+	+	7
15	–	+	–	16	**30**	–	+	–	7

Пример выполнения задания 6

Два точечные неподвижные положительные заряда $q_1 = q_2 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ Кл$

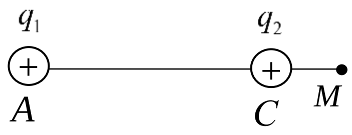


Рис. 3

расположены в вакууме $(\varepsilon = 1)$ на расстоянии $AC = 8\,см$ (рис. 3). Найти напряжённость и потенциал результирующего электрического поля, создаваемого этими зарядами в точке M, расположенной на прямой AC справа от точки A, $AM = 10\,см$. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \dfrac{Кл^2}{Н \cdot м^2}$.

Дано

$q_1 = q_2 = 8{,}85\,нКл = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ Кл$

$AC = 8\,см = 8 \cdot 10^{-2}\ м$

$AM = 10\,см = 10 \cdot 10^{-2}\ м$

$\varepsilon = 1$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \dfrac{Кл^2}{Н \cdot м^2}$

$\vec{E} = ?$

$\varphi = ?$

Решение

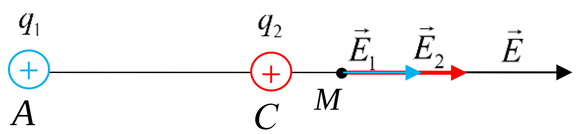


Рис. 4

Согласно принципу суперпозиции электрических полей напряжённость результирующего поля в точке M равна векторной сумме напряжённостей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности (рис. 4):

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 .$$

В скалярном виде,

$$E = E_1 + E_2 .$$

Напряжённость поля, создаваемого точечным зарядом, определяется по формуле:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot r^2} .$$

Для заряда q_1

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot AM^2} .$$

Для заряда q_2

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot CM^2} .$$

Внимание! $\vec{E}_1 < \vec{E}_2$, т. к. $q_1 = q_2$ и $AM > CM$. Это должно быть видно на рисунке.

Напряжённость результирующего поля в точке *M*

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{AM^2} + \frac{q_2}{CM^2}\right).$$

Вычисления:

$$E = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot\left(\frac{8{,}85\cdot 10^{-12}}{10^2\cdot 10^{-4}} + \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}}{2^2\cdot 10^{-4}}\right) = 210\frac{Н}{Кл}.$$

Потенциал результирующего поля в точке *M* равен сумме потенциалов полей зарядов q_1 и q_2; т.к. оба заряда положительные,

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

Для заряда q_1,

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\cdot AM}.$$

Для заряда q_2,

$$\varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\cdot CM}.$$

Потенциал результирующего поля в точке *M*,

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{AM} + \frac{q_2}{CM}\right).$$

Вычисления:

$$\varphi = \frac{1}{4\cdot 3{,}14\cdot 1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\cdot\left(\frac{8{,}85\cdot 10^{-12}}{10\cdot 10^{-2}} + \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}}{2\cdot 10^{-2}}\right) = 4{,}8\,В.$$

Ответ: $E = 210\frac{Н}{Кл}$, $\varphi = 4{,}8\,В$.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ДГТУ)

Факультет Авиастроение
Кафедра Техническая эксплуатация летательных аппаратов и наземного оборудования

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Дисциплина ФИЗИКА

Направление подготовки 23.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей

Профиль 23.03.01 Инженерно-техническое обеспечение полетов летательных аппаратов

Уровень образования: ВО-Бакалавры

Номер зачетной книжки ______________

Номер варианта _________

Группа: АВЗТ____

Обучающийся ___________ ______________________
подпись, И.О. Фамилия

«__»____________2024 г.

КР проверила, доцент ____________ Т.С.Беликова

«__»____________2024 г.

Ростов-на-Дону

2024